

数学サンプル

「ネット予備校」のページ

受講生：齊木 太郎

(提出日) ○年○月○日

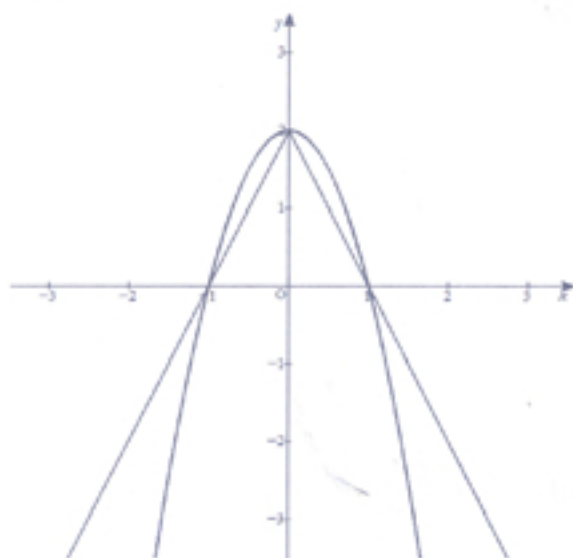
□ 提出問題

関数  $f(x) = ||2x| - 2|$ ,  $g(x) = -2x^2 + 2$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 2つの関数のグラフを示せ。
- (2) 2つの関数のグラフによって囲まれた範囲の面積を求めよ。

□受講生の答案

(1)



$$\begin{aligned} (2) & \int_0^1 (-2x^2 + 2) - (-2x + 2) dx + \int_{-1}^0 (-2x^2 + 2) - (2x + 2) dx \\ &= \int_0^1 -2x^2 + 2x dx + \int_{-1}^0 -2x^2 - 2x dx \\ &= \left[-\frac{2}{3}x^3 + x^2\right]_0^1 + \left[-\frac{2}{3}x^3 - x^2\right]_{-1}^0 \\ &= \left(-\frac{2}{3} + 1\right) + \left(-\frac{2}{3} + 1\right) \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

---

□受講生の質問

- (1)絶対値が1つだけの式のグラフは描けるのですが、絶対値の数が2つになるとどのように描けばいいのかわかりません。絶対値の式のグラフの描き方を教えてください。
- (2)積分の計算が少々面倒だったので、他に楽に計算のできる方法があれば教えてください。

#### □質問への回答

##### 質問 (1) について

それにはまず、絶対値の外し方を理解する必要があります。

絶対値を外すときは場合分けするのが最も有効な手段の一つです。絶対値とは正の値はそのまま正に、負の値は正の値に変換します。なので、初めに $x$ がどの範囲で正になるのかを考えましょう。

たとえばこの問題では、 $x \geq 2$ の範囲で常に正となります。よって $y = 2x - 2$  ( $x \geq 2$ ) となります。

次に  $0 \leq x \leq 2$  の範囲について見てみましょう。この範囲では、内側の絶対値は正なので  $y = |2x - 2|$  となりますが、外側の絶対値が負になるので  $y = -(2x - 2) = -2x + 2$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) となります。このように一つ一つ処理していけば複雑な式でも理解できるはずです。

##### 質問 (2)

描いたグラフより偶関数であると分かれば、計算の易化ができます。

グラフより  $0 \leq x \leq 1$  と  $-1 \leq x \leq 0$  では題意が示す面積が等しいことがわかります。

$$\begin{aligned} \text{したがって、} & \int_0^1 (-2x^2 + 2) - (-2x + 2) dx + \int_{-1}^0 (-2x^2 + 2) - (2x + 2) dx \\ & = 2 \int_0^1 (-2x^2 + 2) - (-2x + 2) dx \end{aligned}$$

とすれば少しは計算が楽になります。

#### □講評とアドバイス

計算は正確になされていました。しかし、全体を通して説明の不十分な点が見られました。なぜグラフがそのようになるのか、なぜ式がそのようになるのか、日本語でしっかりと説明するようにしましょう。

また、絶対値や積分など再度学習し、その根源的な意味や用法を理解するようにしましょう。

担当者：島井